EXPLOG gyakorló feladatok

Exponenciális alapegyenletek

1. $4^{2x} = -\frac{1}{4}$
2. $\left(\frac{5}{3}\right)^{x+2} = 0$
3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-2} = 27$
4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-4} = 32$
5. $\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-4} = 1$
6. $2^{3x+1} = \frac{1}{4}$
7. $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x+4} = 0$
8. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6} = 81$
9. $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-6} = 1$
10. $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+8} = 16$

Exponenciális egyenletek: alap átírása

11. $9^{5-2x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$
12. $\left(\frac{3}{5}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^{7x-3}$
13. $\left(\frac{25}{9}\right)^{2-x} = \left(\frac{3}{5}\right)^{x+1}$
14. $\left(\frac{8}{27}\right)^{x+2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1-x}$
15. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^{x} = \frac{27}{64}$

16. $\left(\frac{1}{2}\right)^{5-2x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{2x-1}$
17. $\left(\frac{9}{4}\right)^{2x-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3x-7}$
18. $\left(\frac{8}{125}\right)^{x+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{1+2x}$
19. $\left(\frac{8}{27}\right)^{3x+4} = \left(\frac{9}{4}\right)^{3-2x}$
20. $\left(\frac{125}{8}\right)^{5x-7} = \left(\frac{4}{25}\right)^{14-2x}$
21. $2^{3x^2-1} = 4^x$
22. $\sqrt[4]{7^x} = \sqrt[5]{343}$
23. $\sqrt{2^x}\sqrt{5^x} = 100$
24. $2^{\sqrt{x+1}} = \left(\frac{1}{32}\right)^{-1}$
25. $8^{5x-3} \cdot 8^{-2x+1} = 8^{3x+2} \cdot 8^{-4x+4}$
26. $\sqrt{11^x} = \sqrt[3]{121}$
27. $3^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$

Exponenciális egyenletek: közös kitevőre hozás

28. $2^{x+3} - 2^{x-2} + 2^{x+1} = 39$
29. $2 \cdot 3^{x+2} - 42 \cdot 3^{x-1} = 12$
30. $3 \cdot 2^{x+1} - 7 \cdot 2^{x-2} = 17$
31. $25 \cdot 5^{x+1} + 4 \cdot 5^x + 5^{x-1} = 646$
32. $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$
33. $2^{x+2} - 2^{x+1} = 12 + 2^{x-1}$
34. $4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x+1}$
35. $3^{x+2} - 3^{x-3} + 3^{x-1} = 2259$
36. $2^{x-2} + 8^{\frac{x}{3}-1} + 4^{\frac{1}{2}x-2} = 10$
37. $7^{x+2} - \frac{1}{7} \cdot 7^{x+1} - 14 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x = 48$
38. $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{40}{3}$
39. $3 \cdot 3^{x+3} - 3^{x+2} + 3 \cdot 3^x = 25$
40. $7^{x+1} - 6 \cdot 7^x - 5 \cdot 7^{x-1} = 14$
41. $3^{x-2} + 6 \cdot 3^{x-1} + 5 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^{x+1} = 30$
42. $3^{x-2} + 4 \cdot 3^{x-1} + 5 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^{x+1} = 4$

43. $7 \cdot 2^{x+2} - 3 \cdot 2^{x+3} = 3^{x+2} - 3^{x+1}$
44. $\frac{3}{8} 4^{x+2} - 64 \cdot 4^{x-3} - 4^x = 8$

Exponenciális egyenletek: két különböző hatványalapot tartalmazó egyenletek

45. $25 \cdot 2^x = 8 \cdot 5^{x-1}$
46. $16 \cdot 2^{x-1} = 9 \cdot 3^{x+1}$
47. $8^{5x-3} \cdot 8^{-2x+1} = 8^{3x+2} \cdot 8^{-4x+4}$
48. $4^{x+1} + 2^{2x+2} - 12 = 0$
49. $2^{2x-3} + 4^{x-1} - 24 = 0$
50. $3 \cdot 3^x + 9 \cdot 3^{-x} = 28$

Exponenciális egyenletek: másodfokúra visszavezethetők

51. $9^x - 6 \cdot 3^x = 27$
52. $10 \cdot 2^x - 4^x = 16$
53. $4^{x+\frac{1}{2}} + 31 \cdot 2^{x-1} = 4$
54. $9^{x+\frac{1}{2}} + 26 \cdot 3^{x-1} = 1$
55. $9^{x-1} - 3^{x+1} + 3^{x-3} = 1$
56. $3^{4-x} + 3^{x-1} = 12$
57. $5 \cdot 25^x - 2 \cdot 5^{x+1} = 75$
58. $33 \cdot 2^{x-1} - 4^{x+1} = 2$
59. $3^{5-x} + 3^x = 36$
60. $4 \cdot 4^x + 31 \cdot 2^x = 8$
61. $2 \cdot 2^x - 2^{6-x} + 8 = 0$
62. $\sqrt{9^x - 8 \cdot 3^x} = 3^{x+1} - 24$

Exponenciális egyenletek: szöveges feladatok

63. A 226-os tömegszámú rádium izotóp 36,2 %-a 1050 év alatt bomlik el. Mennyi a felezési ideje? Az atomok hány %-a bomlik el 3000 év alatt? $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ (N_0 az atomok számának kezdeti, N pedig a pillanatnyi értéke, T a felezési idő)
64. A 14-es tömegszámú szén izotóp felezési ideje 5568 év. Mennyi idős az a régészeti lelet, amelyben a C^{14} atomok 35,32 %-a bomlott el? Az atomok hány %-a bomlik el 10000 év

alatt? $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ (N_0 az atomok számának kezdeti, N pedig a pillanatnyi értéke, T a felezési idő)

65. Az emberi szervezet pajzsmirigyében a 90-es tömegszámú stroncium izotóp az egyik legkönnyebben felhalmozódó anyag. Felezési ideje 26,5 év. Mennyi idő alatt csökken a tizedére a szervezetben felhalmozódott Sr^{90} mennyisége? Hány Sr^{90} atom marad a pajzsmirigybe került 1 millió atomból 15 év elteltével? $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ (N_0 az atomok számának kezdeti, N pedig a pillanatnyi értéke, T a felezési idő)

66. Béla elhelyez a bankban 200 000 Ft-ot havi lekötésben évi 6%-os kamatra.
   a) Mennyi pénze lesz 10 év múlva?
   b) Mennyi idő múlva lesz 2,5-szer annyi pénze, mint amennyit betett a bankba?

Exponenciális egyenlőtlenségek

67. $3^{2x+7} > 27$
68. $\left(\frac{1}{9}\right)^{4-5x} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{4-2x}$
69. $5^{8-3x} < 25$
70. $2^{3x+1} \geq 4^{x-1}$
71. $9^{4-5x} \leq 3^{4-2x}$
72. $\left(\frac{1}{3}\right)^{4x-3} \geq 3$
73. $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x+4} < \frac{1}{64}$
74. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{x+3}{x-2}} \leq \frac{4}{9}$
75. $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2x-6}{x+2}} \geq 1$
76. $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2x-6}{x+2}} \geq \frac{9}{25}$
77. $9^{\frac{1}{2}|x+1|} \leq 3$
78. $0{,}25^{3-6x} \geq 4 \cdot 2^{2+4x}$

Logaritmikus egyenletek: a definíció alkalmazása

79. $5^x = 3$

80. $3^x = 2$
81. $\log_x\left(x^3 + 3x^2 - 27\right) = 3$
82. $\log_{x+1}\left(2x^2 + 1\right) = 2$
83. $\log_{2x-1}\left(3x^2 - 4x + 5\right) = 2$
84. $\frac{1}{4}\log_4\left(192 + 2^{\sqrt{7x-20}}\right) = 1$

Logaritmikus egyenletek: az azonosságok alkalmazása

85. $\lg(x-13) - \lg(x-3) = 1 - \lg 2$
86. $\lg x + \lg(9-x) = \lg(6-x) + \lg(6+x)$
87. $\lg(7x+6) = 1 + \lg(3x-4)$
88. $\lg 10 + \frac{1}{3}\lg\left(271 + 3^{\sqrt{2x}}\right) = 2$
89. $2\lg 0{,}2 + \lg\left(5^{\sqrt{x}} + 1\right) = \lg\left(5^{1-\sqrt{x}} + 5\right)$
90. $\frac{\lg 2x}{\lg(4x-15)} = 2$
91. $\frac{\lg(2x+10)}{2} = \lg(x+1)$
92. $\lg(x+1) + \lg(x-1) = \lg 8 + \lg(x-2)$
93. $\lg(x-9) + 2\lg\sqrt{2x-1} = 2$
94. $\lg\sqrt{3x-2} + \lg\sqrt{4x-7} = \lg 2$
95. $\lg\sqrt{x-5} + \lg\sqrt{2x-3} + 1 = \lg 30$
96. $\lg\left(x^2 - 5x - 9\right) - \lg(2x-1) = 0$
97. $\lg(4{,}5 - x) = \lg 4{,}5 - \lg x$
98. $\frac{2\lg(3x-2)}{\lg\left(3x^2 + 6x + 28\right)} = 1$
99. $\lg(x+3) + \lg(x-3) = \lg(x+9)$
100. $\lg 5x + \lg(x-1) = 1$
101. $\lg 2x + \lg(5x-15) = 2$
102. $\frac{1}{2}\lg(2x-1) - 1 = \lg 0{,}3$
103. $\frac{1}{2}\lg\left(10x^2 + 20\right) - 1 = \lg\sqrt{0{,}3x}$
104. $1 + \frac{1}{2}\lg(2x-1) = \lg(4x-2)$
105. $\lg\sqrt{5x+8} + \frac{1}{2}\lg(2x+3) = \lg 15$

Logaritmikus egyenletek: logaritmus logaritmusa

106. $\log_2 \log_3 (x-1) = 1$

107. $\log_3 [1 + \log_2 (1 + 3\log_2 x)] = 1$

108. $\log_8 [4 - 2\log_6 (5 - x)] = \frac{1}{3}$

109. $\log_{25} \left[\frac{1}{5} \log_3 (2 - \log_{0,5} x) \right] = -\frac{1}{2}$

110. $\log_3 (\log_2^2 x - 3\log_2 x + 5) = 2$

111. $\log_3 [\log_4 (12\log_4 x)] = 0$

Logaritmikus egyenletek: másodfokúra visszavezethetők

112. $\lg^2 x + \lg x^2 = -1$

113. $\log_2^2 x + 5 = \log_2 x^3 + 9$

114. $\lg^2 x - 3\lg x = -2$

Logaritmikus egyenletek: szöveges feladatok

115. A 226-os tömegszámú rádium izotóp 36,2 %-a 1050 év alatt bomlik el. Mennyi a felezési ideje? Az atomok hány %-a bomlik el 3000 év alatt? $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ (N_0 az atomok számának kezdeti, N pedig a pillanatnyi értéke, T a felezési idő)

116. A 14-es tömegszámú szén izotóp felezési ideje 5568 év. Mennyi idős az a régészeti lelet, amelyben a C^{14} atomok 35,32 %-a bomlott el? Az atomok hány %-a bomlik el 10000 év alatt? $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ (N_0 az atomok számának kezdeti, N pedig a pillanatnyi értéke, T a felezési idő)

117. Az emberi szervezet pajzsmirigyében a 90-es tömegszámú stroncium izotóp az egyik legkönnyebben felhalmozódó anyag. Felezési ideje 26,5 év. Mennyi idő alatt csökken a tizedére a szervezetben felhalmozódott Sr^{90} mennyisége? Hány Sr^{90} atom marad a pajzsmirigybe került 1 millió atomból 15 év elteltével? $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ (N_0 az atomok számának kezdeti, N pedig a pillanatnyi értéke, T a felezési idő)

118. Béla elhelyez a bankban 200 000 Ft-ot havi lekötésben évi 6%-os kamatra.
   a) Mennyi pénze lesz 10 év múlva?
   b) Mennyi idő múlva lesz 2,5-szer annyi pénze, mint amennyit betett a bankba?

Logaritmikus egyenletek: átírás új alapra

119. $\log_2 x - \log_{0,5} x = 8$

120. $\log_4 x - \log_{0,25} x = 4$

121. $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$

122. $3\log_5 x + \log_{25} x = 7$

123. $\log_2 x - 2\log_4 x = 3\log_8 x + 1$

124. $\log_{125} x + \log_{25} x + \log_5 x = \frac{11}{6}$

125. $\log_7 x + 2\log_{\frac{1}{7}} x = \log_{49} x - 3$

126. $\log_7 x + \log_{\frac{1}{7}} x^2 = \log_{49} x - 6\log_7 \sqrt{7}$

127. $(\log_3 x)(\log_9 x)(\log_{27} x) = \frac{4}{3}$

128. $\log_3 x + \log_x 9 = 3$

129. $\log_x 8 - \log_{4x} 8 = \log_{2x} 16$

130. $\log_5 (x+20) \cdot \log_x \sqrt{5} = 1$

131. $4\log_4 x + 3 = 2\log_x 2$

132. $\log_4 x + \log_x 4 = 2$

133. $\log_2 x + \log_8 x = 8$

134. $\log_9 x = 0{,}5\log_x 3$

135. $\log_2 (x-1)^2 + \log_{\frac{1}{2}} (x-1) = 9$

136. $2\log_x 25 - 3\log_{25} x = 1$

137. $\log_9 x + \log_{x^2} 3 = 1$

138. $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$

139. $\log_3 x - 6\log_x 3 = 5$

140. $2\log_x 3 + \log_{3x} 3 + 3\log_{9x} 3 = 0$

Logaritmikus egyenlőtlenségek

141. $\log_2 (4x+10) < \log_2 (24-3x)$

142. $\log_3 (5x+9) > \log_3 (17-3x)$

143. $\log_4 (3x+1) \geq 2$

144. $\log_5 (15x+5) \leq 3$

145. $\log_7 (5x+6) \leq 0$

146. $\lg(12x-23) > 0$

147. $\log_{\frac{2}{3}} (x+14) < \log_{\frac{2}{3}} (22-3x)$

148. $\log_{\frac{1}{4}} (9x+13) \geq \log_{\frac{1}{4}} (3x-7)$

149. $\log_{\frac{3}{5}} (2x-7) \geq 0$

150. $\log_{\frac{1}{2}}(4-3x) \le 0$

151. $\log_{\frac{2}{3}}(x^2-8) > 0$

152. $\lg(x-2)+\lg(27-x) < 2$

153. $\log_2(x+7)+2\log_4(x-1) < 3\log_8 3+\log_2(2x+3)$

154. $2\log_4 x+\log_2(2x-1) > \log_2(2x^2-8)$

155. $\log_2 x-\log_4 x^2 = \log_8 x^3+1$

Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszerek

156. $(1)\ \log_5 x+\dfrac{1}{\log_y 5}-1=0 \qquad (2)\ 2^{x-2}-8^y=0$

157. $(1)\ \sqrt{5^{x-y}}=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x-2y} \qquad (2)\ \log_4(x-y)+\log_4(x+y)=2$